

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΕΤΑΡΤΗ 23 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2026

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σύνολο A και c πραγματικός αριθμός, να αποδείξετε ότι:

$$(cf(x))' = cf'(x)$$

Μονάδες 8

- A2.** Να διατυπώσετε τον ορισμό του εύρους (R) ενός δείγματος n παρατηρήσεων.

Μονάδες 3

- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α.** Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο των ποσοτικών μεταβλητών.
- β.** Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή $\bar{x}$ και τυπική απόκλιση s , τότε το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$.
- γ.** Ο συντελεστής μεταβολής (CV) είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης.
- δ.** Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$, όπου ℓ_1 και ℓ_2 πραγματικοί αριθμοί, τότε: $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \ell_1 + \ell_2$.

- ε. Η ταχύτητα ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση $x = f(t)$ θα είναι τη χρονική στιγμή t_0
- $$v(t_0) = f'(t_0)$$

Μονάδες 10

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ελλειπείς ισότητες και να τις συμπληρώσετε σωστά:

α. $\left(f(g(x))\right)' = \dots$

β. $(\sin x)' = \dots$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x^3 + \alpha x^2 + x$, $x \in \mathbb{R}$ και α σταθερός πραγματικός αριθμός.

B1. Αν η γραφική παράσταση της συνάρτησης f διέρχεται από το σημείο $A(1,0)$ να βρεθεί η τιμή του α .

Μονάδες 5

Για $\alpha = -2$:

B2. Να υπολογισθεί το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$.

Μονάδες 5

B3. Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $O(0,0)$.

Μονάδες 7

B4. Να μελετηθεί η συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τα μηνιαία ατομικά έξοδα σε ευρώ (€) 40 φοιτητών. Τα δεδομένα ομαδοποιήθηκαν σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους.

Κλάσεις εξόδων	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική συχνότητα f_i	$x_i n_i$
[300,400)	350	...	0,2	...
[..., ...)	450	16	...	7200
[..., ...)	550	...	...	6600
[600,700)	650	...	0,1	...
ΣΥΝΟΛΟ		40	...	19200

Γ1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να συμπληρώσετε σωστά τα κενά.

Μονάδες 10

Γ2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή $\bar{x}$ των μηναίων ατομικών εξόδων των φοιτητών.

Μονάδες 5

Γ3. Πόσοι φοιτητές ξοδεύουν τουλάχιστον 550 ευρώ (€) μηνιαίως και ποιο είναι το ποσοστό των φοιτητών αυτών;

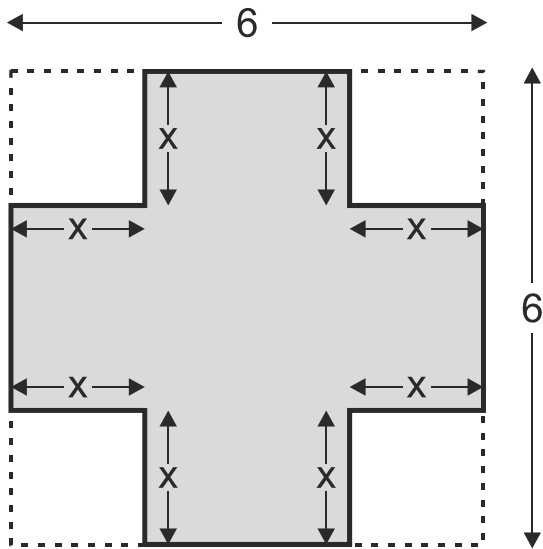
Μονάδες 6

Γ4. Αν κάθε φοιτητής αυξήσει τα έξοδά του κατά 50 ευρώ (€), ποια θα είναι η νέα μέση τιμή των εξόδων τους;

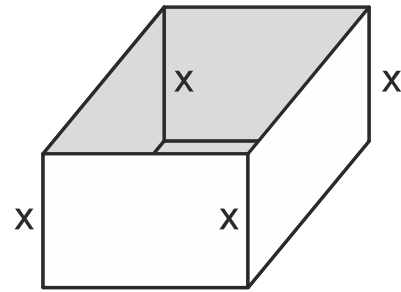
Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Διαθέτουμε ένα φύλλο λαμαρίνας σχήματος τετραγώνου πλευράς 6 m. Κόβουμε από κάθε γωνία του ένα τετράγωνο πλευράς x m, όπως φαίνεται στο Σχήμα 1. Στη συνέχεια διπλώνουμε προς τα επάνω τις πλευρές. Έτσι, προκύπτει μία δεξαμενή ανοικτή από πάνω, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

- Δ1.** Να αποδείξετε ότι η πλευρά της τετραγωνικής βάσης της δεξαμενής είναι $(6 - 2x)$ m (μον.2). Στη συνέχεια να αποδείξετε ότι το εμβαδόν της τετραγωνικής βάσης δίνεται από τον τύπο $E(x) = 4x^2 - 24x + 36$ και να δικαιολογήσετε ότι $0 < x < 3$ (μον. 6).

Μονάδες 8

- Δ2.** Ο όγκος V ενός ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι ίσος με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης επί το αντίστοιχο ύψος. Να αποδείξετε ότι ο όγκος της δεξαμενής δίνεται από τον τύπο:

$$V(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x, \quad 0 < x < 3$$

Μονάδες 4

- Δ3.** Να αποδείξετε ότι το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του Σχήματος 1 είναι $A(x) = 36 - 4x^2$.

Μονάδες 4

- Δ4. α.** Να βρεθούν οι διαστάσεις της δεξαμενής ώστε να έχει τον μέγιστο όγκο (μον. 6).
- β.** Ποιο είναι το κόστος εσωτερικής βαφής της δεξαμενής μέγιστου όγκου, αν η βαφή κοστίζει 12€/m². (μον. 3);

Μονάδες 9

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιό σας να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17:00**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ