

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ**

ΠΕΜΠΤΗ 20 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2018

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν η f είναι μία παραγωγίσιμη συνάρτηση σε ένα σύνολο A , να αποδείξετε ότι:

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x), \text{ όπου } c \in \mathbb{R}, x \in A$$

Μονάδες 10

A2. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων όταν ο n είναι άρτιος αριθμός.

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν x_i είναι τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής X , τότε η αθροιστική σχετική συχνότητα F_i εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής x_i .

β. Η ταχύτητα $v(t)$ ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση $x=f(t)$ θα είναι, τη χρονική στιγμή t_0 , $v(t_0)=f'(t_0)$.

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Λ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

γ. Στο ιστόγραμμα συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.

δ. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο A , τότε:

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$$

ε. Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Ο χρόνος σε λεπτά που χρειάστηκαν 20 υποψήφιοι για να απαντήσουν σε μία ερώτηση φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Χρόνος σε λεπτά	Αριθμός υποψηφίων v_i	Σχετική Συχνότητα $f_i \%$
[0,2)	1	
[2,4)	7	
[4,6)	4	
[6,8)		
[8,10)	1	
ΣΥΝΟΛΑ	20	100

B1. Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά, αφού υπολογίσετε τις αντίστοιχες τιμές.

Μονάδες 6

B2. Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{x} του χρόνου που χρειάστηκαν οι υποψήφιοι για να απαντήσουν στην ερώτηση.

Μονάδες 5

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Α΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

B3. Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που χρειάστηκαν τουλάχιστον τέσσερα λεπτά για να απαντήσουν στην ερώτηση;

Μονάδες 5

B4. Να σχεδιάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό ($f_i\%$).

Μονάδες 6

B5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων επί τοις εκατό ($f_i\%$) και τον οριζόντιο άξονα.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$$

Έστω ότι

$$f'(1) + 3, \quad 8, \quad f(1), \quad 7, \quad f(2), \quad 10$$

είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής X ενός δείγματος.

Γ1. Να βρείτε τις τιμές των παρατηρήσεων (μον. 3), τη μέση τιμή (μον. 4) και τη διάμεσο (μον. 3).

Μονάδες 10

Γ2. Να αποδείξετε ότι η τυπική απόκλιση των παραπάνω παρατηρήσεων είναι $s=2$.

Μονάδες 4

Γ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $A\left(\frac{R}{3}, f\left(\frac{R}{3}\right)\right)$, όπου R το εύρος των παραπάνω παρατηρήσεων.

Μονάδες 6

Γ4. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

Μονάδες 5

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & Λ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΘΕΜΑ Δ

Θεωρήστε ότι η συνάρτηση f ικανοποιεί τη σχέση:

$$f(x) = x^2 + \frac{4s^2}{x} + \bar{x} - 27, \text{ με } x \neq 0,$$

όπου \bar{x} και s είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα των παρατηρήσεων x_1, x_2, \dots, x_n μιας μεταβλητής X ενός δείγματος. Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(2, f(2))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$ και το σημείο $K(1, 0)$ ανήκει στη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

Δ1. Να δείξετε ότι $s=2$ και $\bar{x}=10$.

Μονάδες 10

Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα ακρότατα.

Μονάδες 4

Δ3. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 f'(x)}{\sqrt{4x+1}-3}$

Μονάδες 6

Δ4. Έστω ότι y_1, y_2, \dots, y_n είναι οι τιμές που προκύπτουν από τις παρατηρήσεις x_1, x_2, \dots, x_n αντίστοιχα, όταν η κάθε μία από αυτές αυξηθεί κατά 10%. Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής των τιμών y_1, y_2, \dots, y_n .

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Στο τετράδιο να γράψετε **μόνον** τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνον με μπλε ή μόνον με μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε επιστημονικά τεκμηριωμένη απάντηση είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **17.00**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ