

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $x_1, x_2, \dots, x_k$  οι τιμές μίας μεταβλητής  $X$  που αφορούν τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους  $n$ ,  $k \leq n$  και  $f_1, f_2, \dots, f_k$  οι σχετικές τους συχνότητες αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α)  $0 \leq f_i \leq 1$ , για κάθε  $i=1, 2, \dots, k$

β)  $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$

**Μονάδες 7**

**A2.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται συνεχής στο πεδίο ορισμού της  $A$ ;

**Μονάδες 4**

**A3.** Πότε λέμε ότι μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της  $A$ ;

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν  $x > 0$ , τότε  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$

β) Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) > 0$  για κάθε

εσωτερικό σημείο  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

- γ)** Η αθροιστική συχνότητα  $N_i$  μιας κατανομής εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής  $x_i$ .
- δ)** Στην κανονική κατανομή το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα  $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$ , όπου  $\bar{x}$  η μέση τιμή και  $s$  η τυπική απόκλιση.
- ε)** Η διάμεσος ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων οι οποίες έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά ορίζεται πάντα ως η μεσαία παρατήρηση.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = 2 - \frac{\kappa}{x}$ ,  $\kappa \in \mathbb{P}$ ,  $x \neq 0$ .

**B1.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $g$  με  $g(x) = xf'(x) + f(x)$  είναι σταθερή.

**Μονάδες 6**

**B2.** Να υπολογισθεί η τιμή του  $\kappa$ , αν γνωρίζουμε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  διέρχεται από το σημείο  $A(3, 1)$ .

**Μονάδες 6**

Για  $\kappa = 3$ :

**B3.** Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο  $B(1, f(1))$  της γραφικής παράστασης της  $f$ .

**Μονάδες 7**

**B4.** Να υπολογισθεί το εμβαδόν του τριγώνου που έχει κορυφές: την αρχή των αξόνων και τα σημεία στα οποία η εφαπτομένη του

ερωτήματος Β3, τέμνει τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Υποθέτουμε ότι οι θερμοκρασίες (σε  $^{\circ}\text{C}$ ) σε μία περιοχή κατά τη διάρκεια ενός 24ώρου προσεγγίζονται από τις τιμές της συνάρτησης  $\theta(t) = t - 4\sqrt{t} + \alpha$ , όπου  $\alpha \in \mathbb{P}$  και  $t \in (0, 24]$  ο χρόνος σε ώρες.

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι για  $t \in (0, 4]$  η θερμοκρασία μειώνεται και για  $t \in (4, 24]$  η θερμοκρασία αυξάνεται.

**Μονάδες 7**

**Γ2.** Να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$  αν γνωρίζετε ότι η ελάχιστη θερμοκρασία της περιοχής εντός του 24ώρου είναι  $-1^{\circ}\text{C}$ .

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Για  $\alpha = 3$  να βρείτε τις ώρες που η θερμοκρασία της περιοχής είναι  $0^{\circ}\text{C}$ .

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{t \rightarrow 4} \frac{\theta'(t)}{t^2 - 16}$

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Οι ηλικίες των εργαζομένων σε μια εταιρεία έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 κλάσεις ίσου πλάτους, όπως εμφανίζονται στον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων.

ΗΛΙΚΙΕΣ (χρόνια )	$x_i$	$v_i$	$f_i \%$	$N_i$	$F_i \%$	$v_i x_i$
[25, )			$x$			
[ , )			$x+20$			
[ , )			$2x$			
[ , )			$x^2-6x$	50		
ΣΥΝΟΛΟ						

**Δ1.** Να βρεθούν οι σχετικές συχνότητες  $f_i \%$   $i=1, 2, 3, 4$

**Μονάδες 6**

**Δ2.** Αν η διάμεσος της κατανομής των ηλικιών είναι  $\delta=50$  χρόνια, να αποδείξετε ότι το πλάτος της κλάσης είναι  $c=10$ .

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Αφού μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα συμπληρωμένο κατάλληλα, να υπολογίσετε την μέση τιμή  $\bar{x}$  των ηλικιών.

**Μονάδες 6**

**Δ4.** Πόσοι εργαζόμενοι, των οποίων οι ηλικίες ανήκουν στην πρώτη κλάση, πρέπει να προσληφθούν, ώστε η νέα μέση ηλικία να είναι 40 χρόνια;

**Μονάδες 5**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 18.30.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ  
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**